

A 90 PHYSIQUE I

ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES,
 ECOLES NATIONALES SUPERIEURES DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,
 DE TECHNIQUES AVANCEES, DES TELECOMMUNICATIONS,
 DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ETIENNE, DES MINES DE NANCY,
 DES TELECOMMUNICATIONS DE BRETAGNE,
 ECOLE POLYTECHNIQUE
 (Option T.A.)

...

CONCOURS D' ADMISSION 1990

PHYSIQUE

1ère EPREUVE

OPTIONS M, P' et T.A.

(Durée de l'épreuve 3 heures)

Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :

PHYSIQUE I

L'énoncé de cette épreuve, commune aux candidats des options M, P' et T.A., comporte 4 pages.

LE MOTEUR A FILS DE CAOUTCHOUC

I) THERMODYNAMIQUE D'UN FIL DE CAOUTCHOUC

Les paramètres thermodynamiques d'un fil de caoutchouc sont la longueur L , la tension F et la température T . Au voisinage d'une température moyenne T_m , d'une longueur moyenne L_m et d'une tension moyenne F_m , l'équation d'état est linéarisable et prend la forme:

$$F(L, T) = F_m + \rho (L - L_m) + \sigma (T - T_m)$$

où ρ et σ sont des constantes positives. Le travail élémentaire reçu quand le fil s'allonge de dL lors d'une transformation réversible est noté $\delta W = F dL$. On désigne par C_L la capacité calorifique du fil à longueur constante et on note la chaleur reçue dans une transformation élémentaire par :

$$\delta Q = C_L dT + h dL$$

h étant a priori une fonction de T et L . On suppose enfin que C_L est indépendant de la température.

I-1) A l'aide de l'expression différentielle des deux principes de la thermodynamique, exprimer h en fonction de T et de σ .

- I-2) Montrer que C_L ne dépend pas de L ; on dira ici que C_L est une constante.
- I-3) Donner l'expression de l'entropie du fil, $S(T, L)$, en fonction de la longueur L , de la température T et de T_m, L_m, C_L , et σ . On posera $S_m = S(T_m, L_m)$.
- I-4) On tire sur le fil de façon isotherme. Quel est le signe de la variation d'entropie ? Déterminer l'expression et indiquer le signe de la variation d'entropie d'une mole de gaz parfait dont le volume augmente de façon isotherme; commenter le résultat obtenu, sachant que le fil de caoutchouc est un polymère constitué de longues chaînes de molécules.
- I-5) Déterminer l'expression de l'énergie libre F du fil; on posera $F_m = F(T_m, L_m)$; retrouver ainsi qu'à température constante le fil se comporte comme un ressort élastique, dont on déterminera la raideur.

Pour ce qui suit, on rappelle que dans le diagramme de Clapeyron d'un gaz, le volume est en abscisse et la pression en ordonnée; on conviendra d'appeler ici diagramme de Clapeyron du fil le diagramme où la longueur L est en abscisse et la tension F en ordonnée.

- I-6) Représenter qualitativement un cycle de Carnot moteur dans le diagramme de Clapeyron, en indiquant le sens de circulation sur le cycle. On précisera en outre les relations $F(L)$ associées à des transformations réversibles dans ce cycle.

II) MOTEUR D'ARCHIBALD

Une roue circulaire de rayon R tourne sans frottement avec une vitesse angulaire constante ω autour d'un axe horizontal perpendiculaire au plan de la figure et passant par son centre C . La moitié inférieure de la roue est en équilibre thermique avec un bain d'eau chaude à la température T_1 , la moitié supérieure est à la température T_2 de l'atmosphère ($T_1 > T_2$). D'un point O fixe, situé dans le plan de la roue, sur l'horizontale passant par le centre C et tel que $OC = a$, avec a très petit devant R , rayonnent $2N$ fils de caoutchouc analogues à celui qui est décrit dans la première partie et fixés régulièrement à la périphérie de la roue:

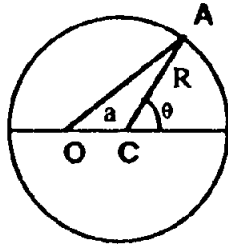


Figure 1: Roue du moteur à caoutchouc

Pour des raisons de clarté, a n'a pas été représenté très petit devant R

La position d'un fil particularisé OA étant déterminée par l'angle θ entre OC et CA (figure 1), les autres fils font avec OC les angles $\theta + p\pi/N$, $\theta + 2p\pi/N$ (p entier variant de 1 à $2N - 1$) et ainsi de suite. En accord avec l'hypothèse des équilibres thermiques de la roue, on admet que cette dernière tourne suffisamment lentement pour que chaque fil franchissant l'horizontale prenne sa nouvelle température instantanément, c'est à dire que l'excursion du fil dans l'atmosphère (ou le bain d'eau chaude) se fait à la température constante T_2 (ou T_1).

II-1) CYCLE DE STIRLING

II-1-1) Donner l'expression de la longueur du fil particularisé OA en fonction de a , R et θ , en négligeant le terme du deuxième ordre en a/R .

II-1-2) Soit A' le point du diagramme de Clapeyron correspondant à la longueur et la température la plus élevée; tracer qualitativement le schéma du cycle moteur A' , B' , C' et D' décrit par ce fil quand la roue fait un tour (cycle de Stirling).

II-2) RENDEMENT

II-2-1) Donner l'expression de la quantité de chaleur Q_1 reçue par le fil OA de la part de la source chaude, en fonction de T_1 , T_2 , σ , C_L et a .

II-2-2) Donner de la même manière l'expression de la quantité de chaleur Q_2 reçue par ce fil de la part de la source froide et en déduire le travail fourni lors d'un tour de la roue.

II-2-3) Retrouver directement l'expression de ce travail à partir de la considération du cycle de la question II-1-2).

- 4 -

II-2-4) Donner, en négligeant toujours le terme du deuxième ordre en a/R , l'expression du moment \mathcal{M} par rapport à C de la tension du fil appliquée à la roue. Retrouver ainsi l'expression du travail reçu par un fil pour un tour de roue.

II-2-5) Exprimer le rendement η du système au cours d'un cycle en fonction de T_1 , T_2 , σ , a et C_L .

II-3) PERFORMANCES

II-3-1) Soit η_c l'expression du rendement de Carnot d'un moteur ditherme travaillant entre une source chaude, à la température T_1 , et une source froide, à la température T_2 ; exprimant le rendement η de la question II-2-5) sous la forme $\eta = \alpha \eta_c$, donner l'expression de α .

II-3-2) L'ensemble des transformations ($B' \rightarrow C'$ et $D' \rightarrow A'$) est-il adiabatique ? Expliquer qualitativement pourquoi le rendement dans un cycle de Stirling est plus faible que le rendement dans un cycle de Carnot.

II-4) APPLICATIONS NUMERIQUES

On adoptera les valeurs numériques suivantes:

$$T_1 = 340 \text{ K}, \quad T_2 = 300 \text{ K}, \quad a = 2 \text{ cm}, \quad \sigma = 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{K}^{-1},$$

$$C_L = 3,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}, \quad 2N = 32 \quad \text{et} \quad \omega = 2\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}.$$

II-4-1) Calculer les valeurs numériques respectives du rendement et de la puissance du moteur.

II-4-2) On désire utiliser ce dispositif pour pomper de l'eau dans le désert, la nappe étant à une profondeur de 10 m. Quel serait le débit de la pompe ainsi constituée ? Recommanderiez-vous l'utilisation d'un tel appareil ?

FIN DU PROBLEME