

## A 05 PHYS. I

ÉCOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSÉES,  
ÉCOLES NATIONALES SUPÉRIEURES DE L'AÉRONAUTIQUE ET DE L'ESPACE,  
DE TECHNIQUES AVANCÉES, DES TÉLÉCOMMUNICATIONS,  
DES MINES DE PARIS, DES MINES DE SAINT-ÉTIENNE, DES MINES DE NANCY,  
DES TÉLÉCOMMUNICATIONS DE BRETAGNE,  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE (FILIÈRE TSI)

CONCOURS D'ADMISSION 2005

### PREMIÈRE ÉPREUVE DE PHYSIQUE

#### Filière PSI

(Durée de l'épreuve : 3 heures ; l'emploi de la calculatrice est autorisé)

Sujet mis à disposition des concours ENSTIM, INT, TPE-EIVP

*Les candidats sont priés de mentionner de façon apparente sur la première page de la copie :*

*PHYSIQUE I -PSI*

*L'énoncé de cette épreuve, particulière aux candidats de la filière PSI, comporte 6 pages.*

- Si un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- Il ne faudra pas hésiter à formuler les commentaires qui vous sembleront pertinents, même lorsque l'énoncé ne le demande pas explicitement. Le barème tiendra compte de ces initiatives ainsi que des qualités de rédaction de la copie.

## ÉTUDE D'UN TRANSFORMATEUR

Les trois parties de ce problème sont largement indépendantes. La première partie concerne les non-linéarités du circuit magnétique, la deuxième partie concerne le fonctionnement proprement dit du transformateur chargé par un montage redresseur et la troisième partie, proche du cours, concerne des aspects énergétiques.

Les notations principales et des valeurs numériques utiles sont indiquées dans les tableaux en fin d'énoncé (page 6). La perméabilité magnétique du vide vaut  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ .

### I Étude d'un circuit magnétique

Ce problème porte sur l'étude de transformateurs utilisés en régime permanent en électronique de puissance, tels que représenté à la figure 1, page 2. Le circuit est constitué de quatre tronçons (1, 2, 3 et 4) d'un matériau ferromagnétique ; ces tronçons sont séparés par quatre entrefers identiques, de longueur  $e$ . Les tronçons 1 et 3, de même section  $S_1$ , sont entourés par des bobinages, qualifiés de « primaire » pour le tronçon 1 et de « secondaire » pour le tronçon 2 ; ces tronçons sont parcourus par des courants d'intensités respectives  $i_p$  et  $i_s$ . La section commune des tronçons 2 et 4 est notée  $S_2$ . La caractéristique  $b(h)$  idéalisée dans le matériau magnétique est représentée figure 2. Elle est symétrique par rapport au point O, linéaire pour  $|h| \leq H_{sat}$  et affine pour  $|h| \geq H_{sat}$ . Le régime saturé commence dès que

$|h| \geq H_{\text{sat}}$ . On note  $h_e$  et  $b_e$  les grandeurs magnétiques usuelles au niveau des entrefers. On néglige les pertes par hystérésis et par courants de Foucault. Les autres hypothèses d'étude sont les suivantes :

- toutes les lignes de champ sont canalisées par le circuit magnétique ;
- le champ magnétique est uniforme séparément dans chacune des pièces ferromagnétiques et dans les entrefers ;
- pour le calcul de circulation du champ excitation magnétique  $H$ , on prend, pour chaque tronçon, la longueur de la ligne de champ moyenne.

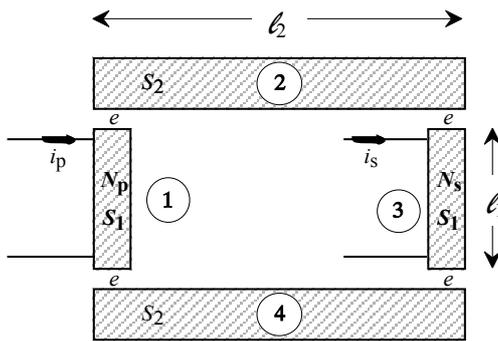


Fig. 1 : Circuit magnétique. Les sections 1 et 3, de section  $S_1$ , sont entourées de bobinages.

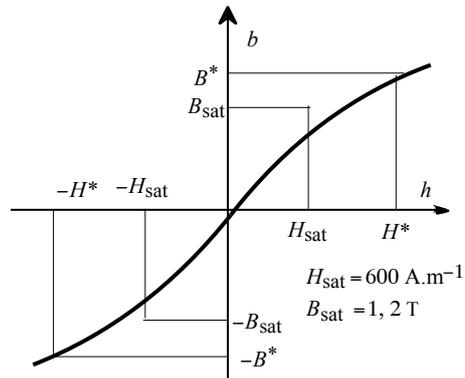
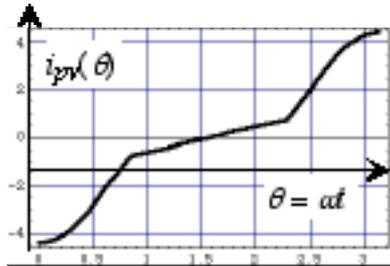


Fig. 2 : Caractéristique magnétique du matériau. Pour fixer les idées,  $H^* = 5300 \text{ A.m}^{-1}$  et  $B^* = 1,6 \text{ T}$ .

- 1 – La conservation du flux du champ magnétique entraîne d'une part l'égalité  $b_1 = b_e$ , d'autre part une relation entre  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $S_1$  et  $S_2$ . Donner cette dernière relation.
- 2 – Dédurre du théorème d'Ampère la relation liant  $h_1 l_1$ ,  $h_2 l_2$ ,  $eh_e$  et  $\varepsilon = N_p i_p - N_s i_s$ . Dans la suite, la grandeur  $\varepsilon$  sera nommée *force magnétomotrice* du circuit.
- 3 – Sachant que le tronçon 1 commence à se saturer pour  $b = B_{\text{sat}} = B_{\text{sat}}^{(1)}$ , donner l'expression et la valeur numérique de  $b = B_{\text{sat}}^{(2)}$  pour lesquels le tronçon 2 commencera à se saturer lui aussi. Que représente le rapport  $A = \frac{B_{\text{sat}}}{H_{\text{sat}}} = \frac{1,2}{600} = 2 \times 10^{-3} \text{ T.m.A}^{-1}$  ?
- 4 – Donner, en fonction de  $A$ ,  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $e$ ,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $\mu_0$  et  $\varphi = b_1 S_1$ , l'expression littérale de  $\varepsilon$  en régime non saturé ( $0 \leq b \leq B_{\text{sat}}^{(1)}$ ). Cette expression définit  $R$  par  $\varepsilon = R \varphi$  ;  $R$  est appelée *réductance équivalente* à l'ensemble du circuit magnétique lorsque celui-ci n'est pas saturé, Vérifier que  $R$  s'exprime en  $\text{H}^{-1}$  (inverse de henry) et calculer sa valeur numérique.
- 5 – On suppose ici que  $B_{\text{sat}1} \leq b \leq B_{\text{sat}2}$  ; préciser l'état de saturation de chacune des parties. Lorsque  $|h| \geq H_{\text{sat}}$ , on pose  $b = Ch + D$ . Préciser les dimensions respectives de  $C$  et  $D$ . Donner l'expression littérale de  $\varepsilon$  en fonction de  $\varphi$ . Les valeurs numériques des constantes  $C$  et  $D$  se déduisent des données de la Fig. 2 et l'on trouve  $\varepsilon \approx 1,06 \times 10^6 \varphi - 4860$ .
- 6 – On suppose maintenant que  $b \geq B_{\text{sat}2}$ . Donner l'expression littérale de  $\varepsilon(\varphi)$ . Numériquement, on trouve  $\varepsilon \approx (1,60 \times 10^6) \varphi - 8370$ .
- 7 – Quelle est, formellement, l'analogie électrocinétique de la caractéristique  $\varphi(\varepsilon)$  ? tra-

cer sommairement cette caractéristique pour  $|\varepsilon| \leq 8 \times 10^{-3}$  Wb. Rassembler dans le même tableau les relations numériques  $\varepsilon(\varphi)$  et  $\varphi(\varepsilon)$  correspondant aux trois états de saturation du circuit magnétique. Préciser les valeurs numériques des coordonnées des points anguleux de cette caractéristique. On les notera  $\pm \varepsilon^{(1)}, \pm \varphi^{(1)}, \pm \varepsilon^{(2)}$  et  $\pm \varphi^{(2)}$ .



Courbe à vide,  $i_{pv}(\theta)$  en A

□ 8 – On pose  $\varphi = -\varphi_{\max} \cos(\omega t) = -\varphi_{\max} \cos(\theta)$ , où  $\varphi_{\max} = 8,0 \times 10^{-3}$  Wb et  $\theta = \omega t$ . On ouvre le circuit de l'enroulement secondaire, de sorte que  $i_s = 0$ . La figure ci-contre donne la courbe « à vide »  $i_p = i_{pv}(\theta)$  pour  $0 \leq \theta \leq \pi$ . Cette courbe se déduit de la courbe  $\varphi = \varphi(\theta)$ , compte-tenu de l'état de saturation du circuit. La construction graphique est représentée sur la Fig. 4a, l'arche de sinusoire  $\varphi(\theta)$  est en trait d'épaisseur constante et  $i_p(\theta)$  est en traits d'épaisseur variable.

Expliquer cette construction et donner l'allure de  $i_p = i_{pv}(\theta)$  pour  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ .

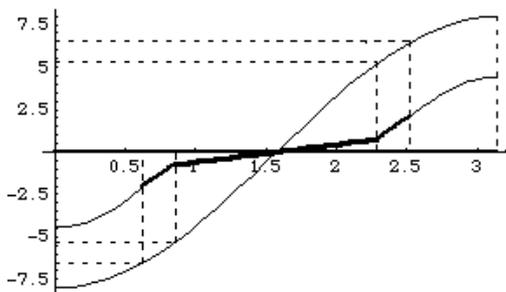


Fig. 4a : Construction de  $i_{pv}(\theta)$  ; en abscisse  $\theta$  et en ordonnée  $i$  (A) et  $\varphi$  (en mWb).

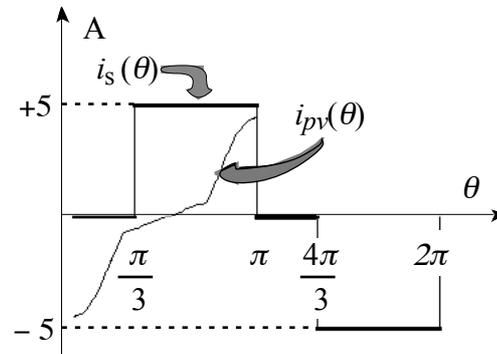
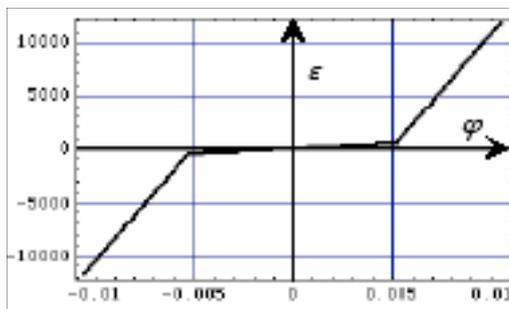


Fig. 4b :  $i_s(\theta)$ , en gras, est imposée

□ 9 – Le flux  $\varphi$  est toujours donné par son expression de la question 8. L'évolution de  $i_s(\theta)$  est représentée Fig. 4b (signal rectangulaire). L'allure de  $i_{pv}(\theta)$  est rappelée. Représenter l'allure générale de  $i_p(\theta)$  pour  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  en expliquant votre construction.

## 2 Étude d'un transformateur monophasé basse fréquence



Les enroulements primaire et secondaire d'un transformateur possèdent respectivement  $N_p$  et  $N_s$  spires, dont on négligera la résistance. On nomme  $\varphi$  le flux dans une section  $S$  du circuit magnétique sur lequel ces spires sont bobinées. La caractéristique idéale du circuit magnétique  $\varepsilon(\varphi)$ , représentée ci-contre, est définie par les relations

$$\varepsilon = \begin{cases} c\varphi + d & \varphi \leq -\Phi_{sat} \\ a\varphi & -\Phi_{sat} \leq \varphi \leq \Phi_{sat} \\ c\varphi - d & \varphi \geq \Phi_{sat} \end{cases}$$

où  $\varepsilon = N_p i_p - N_s i_s$ ,  $a = 91,0 \times 10^3 \text{ H}^{-1}$ ,  $c = 2,14 \times 10^6 \text{ H}^{-1}$  et  $d = 10,7 \times 10^3 \text{ A}$ .

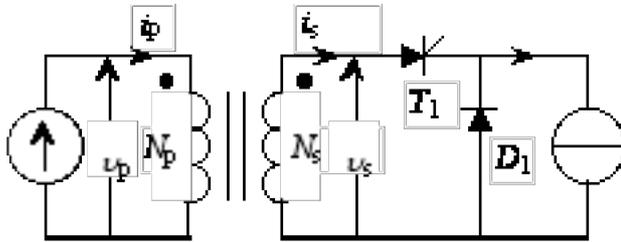


Fig. 5a : Montage redresseur.

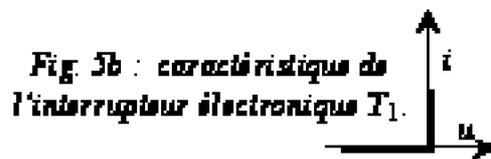


Fig. 5b : caractéristique de l'interrupteur électronique T<sub>1</sub>.

Le transformateur alimente un montage redresseur (Fig. 5a) imposant un courant secondaire  $i_s$  de valeur moyenne dans le temps  $I_{s,moy}$  non nulle. L'interrupteur à semi-conducteur  $T_1$  est idéalisé (Fig. 5b) : chute de tension  $u$  nulle à l'état passant, courant de fuite  $i$  nul à l'état bloqué. L'enroulement primaire est alimenté par une source de tension sinusoïdale  $v_p(t) = \sqrt{2}V_p \sin(\omega t)$ .

On constate que la valeur moyenne dans le temps de  $\varphi$ ,  $\Phi_{moy}$ , n'est pas nulle et l'on relève expérimentalement la relation  $\varphi(t) = -\Phi_a \cos(\omega t) + \Phi_{moy}$ .

- 10 – Quelle est la valeur moyenne,  $I_{p,moy}$ , du courant primaire ?
- 11 – Exprimer  $\varepsilon_{moy}$ , valeur moyenne de  $\varepsilon$ , en fonction de  $I_{s,moy}$ .
- 12 – Sachant que  $\varphi(t_1) = -\Phi_{sat}$  pour  $\theta_1 = \omega t_1 = \frac{\pi}{3}$ , calculer  $\Phi_{moy}$  et  $\Phi_a$ .
- 13 – Établir les expressions littérales de  $\varepsilon(t)$  pour  $0 \leq \omega t \leq 2\pi$ , en fonction de  $a$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $\Phi_{moy}$  et  $\Phi_a$ .
- 14 – Exprimer  $\varepsilon_{moy}$  en fonction de  $\Phi_{moy}$ ,  $\Phi_{max}$  et  $\theta_1$ ; numériquement, on trouverait que  $\varepsilon_{moy}$  est de l'ordre de (et inférieur à)  $-1500 \text{ A}$ . Donner l'expression et la valeur numérique de  $I_{s,moy}$ , en convenant que  $\varepsilon_{moy} = -1500 \text{ A}$ .
- 15 – L'interrupteur commandé est passant pour  $\frac{\pi}{6} \leq \omega t \leq \pi$ . Donner la valeur numérique de  $I_{s,max}$ .

### 3 Étude énergétique

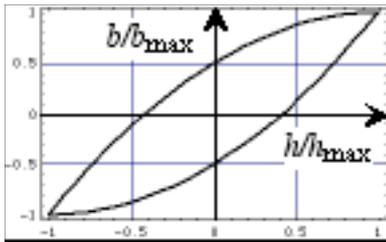
On précise ici quelques-unes des propriétés énergétiques du circuit magnétique. La tension appliquée au primaire du transformateur est sinusoïdale :  $v_p(t) = V_p \sqrt{2} \cos(\omega t)$ .

- 16 – Expliquer pourquoi le flux  $\varphi$  dans le circuit magnétique est lui aussi sinusoïdal.
- 17 – Le transformateur est refermé sur une charge résistive. Que peut-on dire, dans ces

conditions, sur le courant secondaire  $i_s$ ? Le courant primaire est-il sinusoïdal ?

□ 18 – Donner l'expression générale de la puissance instantanée absorbée par le transformateur. Montrer que la valeur moyenne de la puissance fournie ne fait intervenir que l'harmonique d'ordre 1, appelée fondamentale, du courant primaire.

□ 19 – Le circuit secondaire du transformateur est ouvert. Il n'y a ni perte par hystérésis ni perte joule, ni perte par courant de Foucault. Quelle est dans ce cas la puissance absorbée par le transformateur ? Quel est le déphasage entre la tension primaire et l'harmonique 1 du courant primaire ?



□ 20 – Une caractéristique  $b(h)$  du milieu magnétique est représentée ci-contre, en unités relatives. Préciser les notions de champ coercitif et d'aimantation rémanente. Quel est l'ordre de grandeur de la valeur minimale du champ coercitif dans un matériau dit dur ? Faut-il, pour un transformateur, préférer un fer dur ou un fer mou ? Pour quelle raison ?

Remarque : le cycle ci-dessus est représenté par  $B = \mu_0 [\mu_r H \pm a(H_m^2 - H^2)]$ , avec  $\mu_r = 1000$ .

### Mesure du rendement

On considère désormais que les pertes énergétiques ne sont plus négligeables, c'est-à-dire que l'on tient compte des pertes fer et des pertes joule. La puissance nominale du transformateur est de 2,2 kVA .

- Essai à vide : le secondaire est ouvert

On applique au primaire du transformateur sa tension nominale  $V_p = 230$  V . La valeur efficace du courant appelé au primaire est  $I_p = 1$  A ; la puissance mesurée est  $P_{10} = 80$  W .

□ 21 – À quoi correspond cette puissance fournie au transformateur ? Quel est le déphasage entre l'harmonique 1 du courant primaire et la tension appliquée au primaire ?

- Essai en court-circuit : le secondaire est en court-circuit

On applique au primaire une tension  $V_{pcc}$  (tension primaire de court-circuit) telle que le courant secondaire  $I_{sc}$  soit égal à la valeur nominale du courant que peut débiter le transformateur. Dans ces conditions, la tension au primaire est nettement plus faible que la tension nominale de fonctionnement. La puissance fournie au primaire est  $P_{1cc} = 75$  W .

□ 22 – À quoi correspond cette puissance fournie au primaire du transformateur ?

- Essai sur charge résistive

□ 23 – Dans les conditions nominales de fonctionnement, on fournit à la charge une puissance  $P_2 = 2$  kW . Déduire de l'ensemble des résultats précédents le rendement du transformateur dans les conditions de l'essai réalisé.

**Voir page suivante les tableaux de valeurs numériques.**

## Notations et valeurs numériques pour la partie 1

$l_1$	Longueur commune de la ligne de champ moyenne dans les tronçons 1 et 3.	$l_1 = 18 \text{ cm}$
$S_1$	Section commune des tronçons 1 et 3.	$S_1 = 44 \text{ cm}^2$
$b_1$	Champ magnétique commun aux sections 1 et 3.	Variable
$h_1$	Excitation magnétique commune aux sections 1 et 3.	Variable
$N_p$	Nombre de spires de l'enroulement primaire.	$N_p = 1000$
$i_p (i_s)$	Intensité du courant dans l'enroulement primaire (secondaire).	Variable
$l_2$	Longueur commune de la ligne de champ moyenne dans les tronçons 2 et 4.	$l_2 = 13 \text{ cm}$
$S_2$	Section commune des tronçons 2 et 4.	$S_2 = 54 \text{ cm}^2$
$b_2$	Champ magnétique commun aux sections 2 et 4.	Variable
$h_2$	Excitation magnétique commune aux sections 2 et 4.	Variable
$N_s$	Nombre de spires de l'enroulement secondaire.	$N_s = 700$
$e$	Longueur d'un entrefer.	$e = 0,1 \text{ mm}$
$b_e$	Champ magnétique dans les entrefers.	Variable
$h_e$	Excitation magnétique dans les entrefers.	Variable

## Notations et valeurs numériques pour la partie 2

$\Phi_{sat}$	Flux à saturation	$\Phi_{sat} = 5,22 \times 10^{-3} \text{ Wb}$
$S_1$	Section du circuit magnétique	$S_1 = 43,6 \text{ cm}^2$
$V_p$	Valeur efficace de la tension d'alimentation du primaire	$V_p = 230 \text{ V}$
$f$	Fréquence de la tension d'alimentation ; on pose $\omega = 2\pi f$ .	$f = 50 \text{ Hz}$
$N_p$	Nombre de spires de l'enroulement primaire.	$N_p = 188$
$i_p (i_s)$	Intensité du courant dans l'enroulement primaire (secondaire).	Variable
$N_s$	Nombre de spires de l'enroulement secondaire.	$N_s = 96$

**Fin du problème**  
**Fin de l'épreuve**